توابع اولیهٔ انتگرال های مختلفی را در جدول ذیل ذکر نمودیم. برای انتگرال گیری از توابع دیگر می بایست انتگرالده را به یکی از اشکال زیر درآورد.

$$\int dx = x + C \tag{۱.۱}$$

$$\int a\, dx = ax + C \quad (\text{عدد ثابت } a) \tag{۱.۲}$$

$$\int x^r\, dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C \quad (\text{عدد حقیقی } r \neq -1) \tag{۱.۳}$$

$$\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C \quad (x \neq 0) \tag{۱.۴}$$

$$\int \frac{1}{x-a}\, dx = \ln|x-a| + C \quad (x \neq a) \tag{۱.۵}$$

$$\int e^x\, dx = e^x + C \tag{۱.۶}$$

$$\int a^x\, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1) \tag{۱.۷}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}\, dx = \arcsin(\frac{x}{a}) + C \quad (a > 0) \tag{۱.۸}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}}\, dx = \sinh^{-1}(\frac{x}{a}) + C \quad (a > 0) \tag{۱.۹}$$

$$\int \frac{1}{a^2 + x^2}\, dx = \frac{1}{a}\arctan(\frac{x}{a}) + C \quad (a \neq 0) \tag{۱.۱۰}$$

$$\int \frac{1}{a^2 - x^2}\, dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C \quad (a \neq 0) \tag{۱.۱۱}$$

$$\int \frac{1}{(x+a)(x+b)}\, dx = -\frac{1}{a-b}\ln\left|\frac{x+a}{x+b}\right| + C \quad (a \neq b) \tag{۱.۱۲}$$

ضروری است که ذکر کنیم برای هر تابع پیوستهٔ f همواره داریم:

$$\int df = f$$

مثال ۱.۱.۱. حاصل انتگرال های زیر با استفاده از جدول فوق بدست آمده است.

$$(a)\quad \int x^{۴}+۶x^{۲}+x-۹\,\mathrm{dx}=\frac{x^{۵}}{۵}+۶\frac{x^{۳}}{۳}+\frac{x^{۲}}{۲}-۹x+C$$

$$(b)\quad \int ۷x^{۶}+x^{۲}+\frac{۱}{x}-\frac{۲}{x^{۴}}\,\mathrm{dx}=\int ۷x^{۶}+x^{۲}+\frac{۱}{x}-۲x^{-۴}\,\mathrm{dx}$$
$$=۷\frac{x^{۷}}{۷}+\frac{x^{۳}}{۳}+\ln|x|-۲\frac{x^{-۳}}{-۳}+C$$

$$(c)\quad \int ۴x^{۵}+۳\sqrt[۴]{x^{۳}}-\frac{۶}{\sqrt[۷]{x^{۲}}}\,\mathrm{dx}=\int ۴x^{۵}+۳x^{\frac{۳}{۴}}-۶x^{\frac{-۲}{۷}}\,\mathrm{dx}$$
$$=۴\frac{x^{۶}}{۶}+۳\frac{x^{\frac{۳}{۴}+۱}}{\frac{۳}{۴}+۱}-۶\frac{x^{\frac{-۲}{۷}+۱}}{\frac{-۲}{۷}+۱}+C$$
$$=\frac{۲}{۳}x^{۶}+\frac{۱۲}{۷}\sqrt[۴]{x^{۷}}-\frac{۴۲}{۵}\sqrt[۷]{x^{۵}}+C$$

$$(d)\quad \int \frac{۴\sqrt{x}}{x}-۲^{x+۱}+\frac{۳}{x}\,\mathrm{dx}=\int ۴x^{\frac{-۱}{۲}}-۲\times ۲^{x}+۳\frac{۱}{x}\,\mathrm{dx}$$
$$=۸\sqrt{x}-\frac{۲^{x+۱}}{\ln ۲}+۳\ln|x|+C$$

$$(e)\quad \int \frac{۴x^{۳}-۹x}{x^{۲}}\,\mathrm{dx}=\int \frac{۴x^{۳}}{x^{۲}}-\frac{۹x}{x^{۲}}\,\mathrm{dx}$$
$$=\int ۴x-۹\frac{۱}{x}\,\mathrm{dx}$$
$$=۲x^{۲}-۹\ln|x|+C$$

$$(f)\quad \int \frac{\mathrm{dx}}{۱۶-x^{۲}}=\frac{۱}{۸}\ln\left|\frac{۴+x}{۴-x}\right|+C$$

$$(g)\quad \int \frac{\mathrm{dx}}{۹+x^{۲}}=\frac{۱}{۳}\arctan\left(\frac{x}{۳}\right)+C$$

$$(h)\quad \int \frac{\mathrm{dx}}{۹-x^{۲}}=\frac{۱}{۶}\ln\left|\frac{۳+x}{۳-x}\right|+C$$

$$(i)\quad \int ۲^{x}+۲^{-x}\,\mathrm{dx}=\frac{۲^{x}}{\ln ۲}+\frac{\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x}}{\ln\frac{۱}{۲}}+C$$

$$(j)\quad \int \frac{x^{۴}+x^{۲}+۱}{x^{۳}}\,\mathrm{dx}=\int x+\frac{۱}{x}+x^{-۳}\,\mathrm{dx}$$
$$=\frac{x^{۲}}{۲}+\ln|x|+\frac{x^{-۲}}{-۲}+C$$

$$(k)\quad \int \frac{۱}{x^{۲}-۵x+۶}\,\mathrm{dx}=\int \frac{۱}{(x-۲)(x-۳)}\,\mathrm{dx}$$
$$=-\frac{۱}{-۲+۳}\ln\left|\frac{x-۲}{x-۳}\right|+C$$
$$=\ln\left|\frac{x-۳}{x-۲}\right|+C$$

$$(a)\quad \int x^{۴}+۶x^{۲}+x-۹\,\mathrm{dx}=\frac{x^{۵}}{۵}+۶\frac{x^{۳}}{۳}+\frac{x^{۲}}{۲}-۹x+C$$

$$(b)\quad \int ۷x^{۶}+x^{۲}+\frac{۱}{x}-\frac{۲}{x^{۴}}\,\mathrm{dx}=\int ۷x^{۶}+x^{۲}+\frac{۱}{x}-۲x^{-۴}\,\mathrm{dx}$$
$$=۷\frac{x^{۷}}{۷}+\frac{x^{۳}}{۳}+\ln|x|-۲\frac{x^{-۳}}{-۳}+C$$

$$(c)\quad \int ۴x^{۵}+۳\sqrt[۴]{x^{۳}}-\frac{۶}{\sqrt[۷]{x^{۲}}}\,\mathrm{dx}=\int ۴x^{۵}+۳x^{\frac{۳}{۴}}-۶x^{\frac{-۲}{۷}}\,\mathrm{dx}$$
$$=۴\frac{x^{۶}}{۶}+۳\frac{x^{\frac{۳}{۴}+۱}}{\frac{۳}{۴}+۱}-۶\frac{x^{\frac{-۲}{۷}+۱}}{\frac{-۲}{۷}+۱}+C$$
$$=\frac{۲}{۳}x^{۶}+\frac{۱۲}{۷}\sqrt[۴]{x^{۷}}-\frac{۴۲}{۵}\sqrt[۷]{x^{۵}}+C$$

$$(d)\quad \int \frac{۴\sqrt{x}}{x}-۲^{x+۱}+\frac{۳}{x}\,\mathrm{dx}=\int ۴x^{\frac{-۱}{۲}}-۲\times ۲^{x}+۳\frac{۱}{x}\,\mathrm{dx}$$
$$=۸\sqrt{x}-\frac{۲^{x+۱}}{\ln ۲}+۳\ln|x|+C$$

$$(e)\quad \int \frac{۴x^{۳}-۹x}{x^{۲}}\,\mathrm{dx}=\int \frac{۴x^{۳}}{x^{۲}}-\frac{۹x}{x^{۲}}\,\mathrm{dx}$$
$$=\int ۴x-۹\frac{۱}{x}\,\mathrm{dx}$$
$$=۲x^{۲}-۹\ln|x|+C$$

$$(f)\quad \int \frac{\mathrm{dx}}{۱۶-x^{۲}}=\frac{۱}{۸}\ln\left|\frac{۴+x}{۴-x}\right|+C$$

$$(g)\quad \int \frac{\mathrm{dx}}{۹+x^{۲}}=\frac{۱}{۳}\arctan(\frac{x}{۳})+C$$

$$(h)\quad \int \frac{\mathrm{dx}}{۹-x^{۲}}=\frac{۱}{۶}\ln\left|\frac{۳+x}{۳-x}\right|+C$$

$$(i) \quad \int ۲^x + ۲^{-x}\, dx = \frac{۲^x}{\ln ۲} + \frac{\left(\frac{۱}{۲}\right)^x}{\ln \frac{۱}{۲}} + C$$

$$(j) \quad \int \frac{x^۴ + x^۲ + ۱}{x^۳}\, dx = \int x + \frac{۱}{x} + x^{-۳}\, dx$$
$$= \frac{x^۲}{۲} + \ln|x| + \frac{x^{-۲}}{-۲} + C$$

$$(k) \quad \int \frac{۱}{x^۲ - ۵x + ۶}\, dx = \int \frac{۱}{(x-۲)(x-۳)}\, dx$$
$$= -\frac{۱}{-۲+۳} \ln\left|\frac{x-۲}{x-۳}\right| + C$$
$$= \ln\left|\frac{x-۳}{x-۲}\right| + C$$

تمرین ۲.۱. حاصل انتگرالهای زیر را بیابید.

$$(a) \quad \int x^۴ + ۵x^۳ - ۴x\, dx \ , \quad (b) \quad \int \frac{۱}{x^۵} - ۶x^۲ + ۴x^۳ + \frac{۲}{x}\, dx$$

$$(c) \quad \int \frac{x^۷ - ۸x^۳ + ۴x^۲ + ۵}{x^۳}\, dx \ , \quad (d) \quad \int x(x^۲ + x^۳ - ۸)\, dx$$

$$(e) \quad \int \frac{dx}{\sqrt{۴ - x^۲}} \ , \quad (f) \quad \int ۴\sqrt[۳]{x} - ۵^x + \frac{۳}{x^۳}\, dx$$

$$(g) \quad \int (x^۲ + ۵)(۳x^۳ - ۴)\, dx \ , \quad (h) \quad \int \frac{۱}{x^۲ - x - ۱۲}\, dx$$

$$(i) \quad \int ۳^x + ۵^{x+۳} - e^x\, dx \ , \quad (j) \quad \int \frac{۲}{۲۵ - x^۲}\, dx$$

$$(k) \quad \int \frac{x^۵ - ۲x^۴ + x^۳ + ۲x^۲}{x^۲}\, dx \ , \quad (l) \quad \int \frac{۲}{x^۲ - ۷x + ۱۲}\, dx$$

$$(m) \quad \int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[۴]{x^۳} + ۲x^۲ - ۳x}{\sqrt[۳]{x}}\, dx \ , \quad (n) \quad \int \frac{۳x + ۲}{x^۲ - ۷x + ۶}\, dx$$